



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
AN ȘCOLAR 2024 – 2025
ETAPA LOCALĂ
08.02.2025

CLASA a VI – a
BAREM

Subiectul I

Notăm cu a numărul jocurilor câștigate de Alex.

Atunci $a \cdot x + 6 \cdot y = 147$ și $6 \cdot x + a \cdot y = 123$ **1 punct**

De unde, prin scădere, obținem $ax + 6y - 6x - ay = 24$, adică $(a-6)(x-y) = 24$ **1 punct**

$a-6$ și $x-y$ sunt numere naturale, deoarece $x, y \in \mathbb{N}$, $x > y$, $a > 6$ pentru că Alex a câștigat mai multe jocuri **1 punct**

Din $a \cdot x + 6 \cdot y = 147 \Rightarrow a \cdot x$ este număr impar, deci a este impar $\Rightarrow a-6$ este divizor impar al lui 24.

Avem două cazuri:

I. $a - 6 = 1$ și $x - y = 24 \Rightarrow 7 \cdot (y + 24) + 6y = 147 \Rightarrow 13y = -21$ nu convine

II. $a - 6 = 3$ și $x - y = 8 \Rightarrow 9 \cdot (y + 8) + 6y = 147 \Rightarrow 15y = 75 \Rightarrow$

$y = 5$ și $x = 13$ **4 puncte**

Notă: Fără observația de paritate sau altă restrângere a cazurilor tratarea fiecărui caz

$(a - 6, x - y) \in \{(1, 24), (2, 12), (3, 8), (4, 6), (6, 4), (8, 3), (12, 2), (24, 1)\}$ se notează cu câte **0,5 puncte**.

Subiectul II

a) Verificarea calculului $64 + 64 = 128$ **3 puncte**

b) Înmulțirea egalității corespunzătoare soluției particulare cu n^{42} **1 punct**

$(8n^{21})^2 + (4n^{14})^3 = (2n^6)^7$ **2 puncte**

Soluția generală:

$x = 8n^{21}$, $y = 4n^{14}$, $z = 2n^6$ pentru orice număr natural nenul **1 punct**



Subiectul III

Deoarece suma măsurilor în jurul unui punct este $360^\circ \Rightarrow$

$$x^\circ + (2x + 1)^\circ + (3x + 2)^\circ + \dots + (8x + 7)^\circ + (9x - n)^\circ = 360^\circ \dots\dots\dots 2 \text{ puncte}$$

$$x(1 + 2 + 3 + \dots + 8)^\circ + (1 + 2 + 3 + \dots + 7)^\circ + (9x - n)^\circ = 360^\circ$$

$$(45x)^\circ + (28 - n)^\circ = 360^\circ$$

$$(45x)^\circ - n^\circ = 332^\circ, n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 45x - 332 > 0 \Rightarrow x \geq 8, n \in \mathbb{N}^* \dots\dots\dots 1 \text{ punct}$$

$$\Rightarrow x^\circ + (2x + 1)^\circ + (3x + 2)^\circ + \dots + (8x + 7)^\circ < 360^\circ$$

$$\Rightarrow 36 \cdot x < 332 \Rightarrow x \leq 9 \dots\dots\dots 1 \text{ punct}$$

$$\text{Din } x \geq 8, x \leq 9, n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow x \in \{8, 9\} \dots\dots\dots 1 \text{ punct}$$

Cazul I. $x = 8 \Rightarrow n = 28 \Rightarrow$ măsurile unghiurilor sunt:

$$\{8^\circ, 17^\circ, 26^\circ, 35^\circ, 44^\circ, 53^\circ, 62^\circ, 71^\circ, 44^\circ\}$$

Cazul II. $x = 9 \Rightarrow n = 73 \Rightarrow$ măsurile unghiurilor sunt:

$$\{9^\circ, 19^\circ, 29^\circ, 39^\circ, 49^\circ, 59^\circ, 69^\circ, 79^\circ, 8^\circ\}$$

Problema are soluții: $\{8^\circ, 17^\circ, 26^\circ, 35^\circ, 44^\circ, 53^\circ, 62^\circ, 71^\circ, 44^\circ\}$ și

$$\{9^\circ, 19^\circ, 29^\circ, 39^\circ, 49^\circ, 59^\circ, 69^\circ, 79^\circ, 8^\circ\} \dots\dots\dots 2 \text{ puncte}$$

Subiectul IV

Soluție orientativă:

a) Cum AB este diametru obținem că $\widehat{AB} = 180^\circ$, C este mijlocul arcului AB

$$\Rightarrow \widehat{BC} = 90^\circ \Rightarrow \sphericalangle BOC = 90^\circ \dots\dots\dots 1 \text{ punct}$$

$$\text{Din } \sphericalangle BOC = 90^\circ = \sphericalangle MOC + \sphericalangle MOB$$

$$\text{și } \sphericalangle MON = 90^\circ = \sphericalangle CON + \sphericalangle MOC \text{ obținem că } \sphericalangle CON \equiv \sphericalangle MOB \Leftrightarrow \widehat{CN} \equiv \widehat{MB}, \text{ dar } \widehat{AC} \equiv \widehat{CB} \Rightarrow \widehat{AN} \equiv \widehat{CM} \dots\dots\dots 2 \text{ puncte}$$

b)

$$\sphericalangle CON \equiv \sphericalangle ABQ \Leftrightarrow \sphericalangle MOB \equiv \sphericalangle ABQ \text{ (alterne interne), de unde } OM \parallel BQ \dots\dots\dots 3 \text{ puncte}$$

$$\text{Cum } ON \perp OM \Leftrightarrow ON \perp BQ \dots\dots\dots 1 \text{ punct}$$